

Rev. Cienc. Technol.  
Año 6 / Nº 6 / 2004 / 16-22

# MODELIZACIÓN DEL FLUJO DE SANGRE A TRAVÉS DE UNA PRÓTESIS VALVULAR CARDÍACA I: MODELO MATEMÁTICO

<sup>1</sup>Rosenberger, Mario / <sup>1</sup>Esquivel, Carlos / <sup>1</sup>Gueijman, Sergio / <sup>2</sup>Amerio, Osvaldo / <sup>1</sup>Schvezov, Carlos.

1- Prog. de Materiales, Modelización y Metrología. FCEQyN, UNaM, Posadas, Misiones.

2- Sanatorio Integral IOT, Posadas. Misiones.

E-mail: rrmario@fceqyn.unam.edu.ar / amerioar@yahoo.com.ar

## ABSTRACT

MODELLING OF BLOOD FLOW THROUGH A PROSTHETIC HEART VALVE I: MATHEMATICAL MODEL  
The research and development of better prosthetic heart valves need better knowledge of their effect on the blood flow, therefore a new design will need hemodynamics studies. This paper presents a numerical model based on finite element analysis, developed and validated for bileaflet prosthetic heart valve. This model assumes laminar and steady-state flow, Newtonian and incompressible fluid and isothermal system. The model was developed to be used in the design of trileaflet prosthetic heart valves, to be presented in a second paper.

KEY WORDS: Prosthetic heart valve, Mechanical valve, Numerical simulation, Modeling flow, Computational Fluid Dynamics (CFD).

## RESUMEN

La investigación y desarrollo de modelos de mejores prótesis valvulares necesitan de un mejor conocimiento de cómo afectan el flujo sanguíneo, por lo tanto para el diseño de nuevos modelos es imprescindible la realización de estudios hemodinámicos. En este trabajo se presenta un modelo numérico basado en análisis por elementos finitos, desarrollado y validado para prótesis bivalvas. El modelo considera flujo en estado estacionario y laminar, considerando a la sangre como un fluido Newtoniano e incompresible. El sistema se considera isotérmico. El modelo fue planteado para su aplicación en el diseño de prótesis trivalvas, cuya descripción se presenta por separado.

PALABRAS CLAVES: Prótesis valvular cardíaca, Válvula mecánica, Simulación numérica, Modelización de flujo, Dinámica de fluidos computacional.

## INTRODUCCIÓN

Las válvulas cardíacas tienen la función de permitir el paso de fluido en una sola dirección, y su cierre y apertura son accionados directamente por el flujo de sangre. Existe una interacción mutua entre válvula y sangre, ya que, la geometría de la válvula altera el flujo de sangre y puede generar altos valores de esfuerzos de corte. Ello puede ser causa de hemólisis y agregación de plaquetas. Además, geometrías desfavorables pueden producir zonas de recirculación, zonas estancas, baja velocidad en el movimiento de la válvula, caídas de presión no deseadas y otros problemas relacionados con el flujo de fluidos. Por lo tanto, el desempeño de una prótesis valvular cardíaca debe evaluarse estudiando el flujo de sangre que la atraviesa. La modelización matemática es una herramienta útil para realizar esta evaluación, como un método previo a la verificación experimental y a fin de lograr eventuales diseños que optimicen el funcionamiento de una válvula.

Las ecuaciones de Navier-Stokes representan un conjunto de expresiones matemáticas que describen en forma adecuada el flujo de sangre a través de una válvula, y se pueden utilizar en dicha modelización. El método de los elementos finitos es el método más eficiente y versátil para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes, obteniendo el flujo de fluido bajo diferentes condiciones. Este método comprende una discretización del continuo en pequeños elementos en los que se aplican funciones de interpolación adecuadas para resolver el problema físico. A través de un procedimiento variacional que tiene en cuenta las funciones de interpolación de todos los elementos en forma acoplada, y un esquema numérico iterativo, se puede hallar una solución para el flujo de fluido.

Si bien los principios físicos que explican el flujo de fluidos son bien comprendidos, es necesario realizar algunas simplificaciones al momento de resolver el problema: se pueden elegir elementos de diferentes morfologías, tamaños y relaciones de aspecto y funciones de interpolación de diferentes órdenes. También se debe elegir el error tolerable en el cálculo, así como simplificar el problema físico descartando las variables poco significativas [1]. Todas estas simplificaciones están relaciona-

das con la capacidad de almacenamiento y la velocidad de cálculo disponible y se vinculan con la confiabilidad de los resultados. Por lo tanto es necesaria una contrastación con las situaciones reales que permitan validar los resultados del modelo.

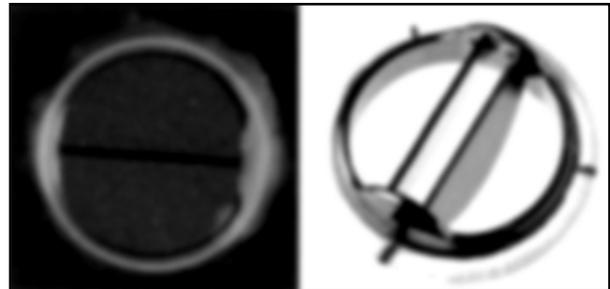


FIGURA 1: Modelo de prótesis bivalvas de valvas planas. (Diseño: St. Jude) [4].

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Modelo matemático

Se planteó el modelo sobre un tipo de prótesis mecánicas muy difundido denominado "bivalvas", con valvas planas, ver la figura 1. Para poder validar los resultados con los obtenidos por otros autores [2, 3], se hicieron las siguientes consideraciones que definen el modelo:

- Se ubicó a la válvula dentro de un cilindro recto, de una longitud igual a 12 veces su diámetro.
- Se plantearon propiedades de simetría que permiten modelizar solo  $\frac{1}{4}$  de la sección cilíndrica.
- Se consideró flujo laminar en estado estacionario, e irrotacional.
- La sangre se consideró incompresible y Newtoniana.
- El sistema se consideró isotérmico.
- A la entrada del cilindro se consideró flujo completamente desarrollado.
- Las partes sólidas se consideraron rígidas.

En función del problema a resolver se plantean las ecuaciones de:

- Conservación de masa.
- Conservación del momentum.

**Tabla 1:** Propiedades de la sangre y valores de flujo sanguíneo típicos [5]

Caudal medio en un adulto	5000 cm <sup>3</sup> /min
Viscosidad de la sangre	0,004 Pa.s
Densidad de la sangre	1050 kg/m <sup>3</sup>
Diámetro de la aorta	0,027 m

Para generalizar el modelado se adimensionalizaron las magnitudes, permitiendo así parametrizar el modelo mediante el número de Reynolds ( $Re_p$ ) en la sección cilíndrica.

### Propiedades del continuo

En la tabla I se indican las propiedades físicas de la sangre en adultos, las que se emplearon para el modelo.

De ellas se obtiene un valor de  $Re = 1031$ , por lo cual se evaluó el funcionamiento de la válvula para valores del número de Reynolds comprendidos entre 100 y 2000.

### Geometría y elementos de volumen

Las valvas fueron colocadas tanto en la posición de máxima apertura, formando  $85^\circ$  con el eje longitudinal del cilindro, como en posiciones intermedias a su posición de cierre total. Para esta última posición el ángulo de las mismas con el eje longitudinal fue de  $24^\circ$ .

La válvula fue ubicada a una distancia de 5 diámetros de la entrada de la conducción cilíndrica recta y a 10 diámetros de la salida.

Se realizaron diseños en tres dimensiones como se muestra en la figura 2.a.

Para discretizar el continuo se empleó una malla no estructurada de elementos hexaédricos lineales e isoparamétricos, de 8 nodos. Se utilizaron funciones de interpolación trilineales para la velocidad y una aproximación constante y discontinua para la presión. La velocidad se define en cada nodo, mientras que la presión se plantea en el centroide de cada elemento.

En total se obtuvieron aproximadamente 50.000 elementos para cada uno de los diferentes modelos geométricos, con una malla refinada en las inmediaciones de la

válvula como se observa en la figura 2.b. Se empleó el programa GAMBIT 1.2 para desarrollo del diseño y la generación de la malla.

Las dimensiones de la válvula bivalva se tomaron del una prótesis bivalva marca St. Jude de tamaño N° 27 [4], mostrada en la Figura 2.a, simplificando la zona del pivote. Se consideraron el anillo de soporte con la forma característica de esta prótesis y las valvas. No se consideraron las cavidades de la zona del pivote ni las aristas redondeadas del anillo soporte y las valvas.

### Condiciones de Contorno

Se impusieron las siguientes condiciones de contorno:

- En la sección de entrada se planteó un perfil de velocidades parabólico:

$$u_z = u_{\max} - \frac{u_{\max}}{R^2} x^2 - \frac{u_{\max}}{R^2} y^2$$

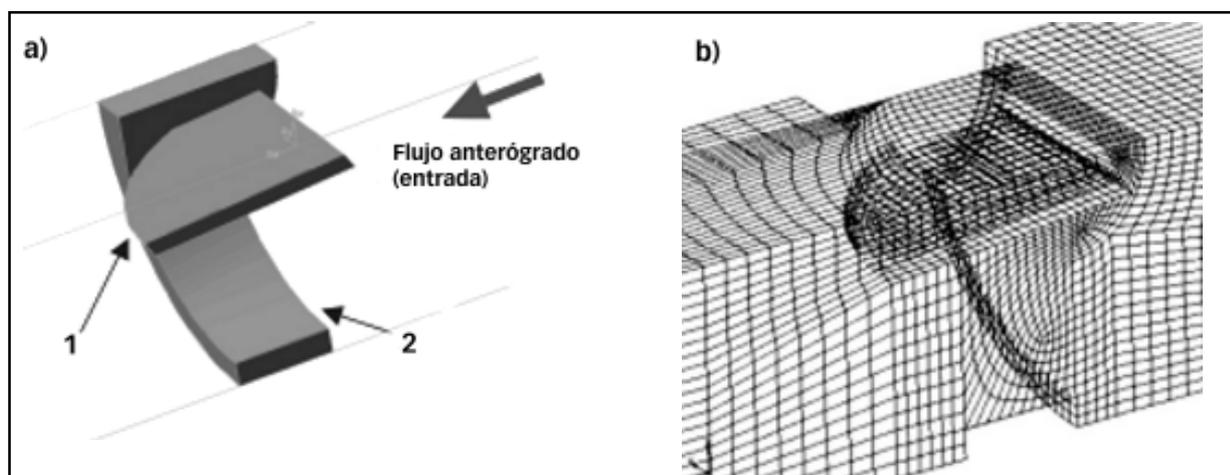
- Sobre los planos de simetría se planteó que las componentes normales de la velocidad fuesen cero.

- Sobre todas las superficies sólidas se consideró la condición de no-deslizamiento.

A los nodos ubicados sobre el plano de salida no se le impusieron condiciones de contorno.

### Método numérico

Los cuatro grados de libertad considerados, esto es, la presión y las tres componentes cartesianas de la velocidad fueron resueltos en todo el dominio mediante un método de cálculo desacoplado (segregado) de tipo iterativo, el cual permite realizar un ahorro de memoria y



**FIGURA 2:** Detalle de la válvula: a) sin la malla y b) con la malla. La malla continua 5 diámetros hacia la derecha (entrada), y 10 diámetros hacia la izquierda (salida). 1) valva, 2) anillo soporte.

tiempo de cálculo. Este algoritmo viene incorporado en el programa empleado para resolver el problema, FIDAP 8.5<sup>(R)</sup>. Este programa utiliza el método de Galerkin de residuos ponderados para resolver el problema mediante elementos finitos. La tolerancia utilizada como límite de cálculo para las iteraciones fue del 0,1 %. Se consideró una difusión numérica (*upwinding*) siguiendo la dirección del flujo para mejorar la convergencia, según los principios planteados por Hughes y col., el cual da mayor peso a los operadores de advección hacia la dirección de flujo, que en este caso se aplicó a las tres componentes de la velocidad [6, 7].

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El modelo se validó comparando los resultados obtenidos con los resultados reportados por otros investigadores para prótesis bivalvas similares [2, 3, 8, 9].

### Flujo de sangre

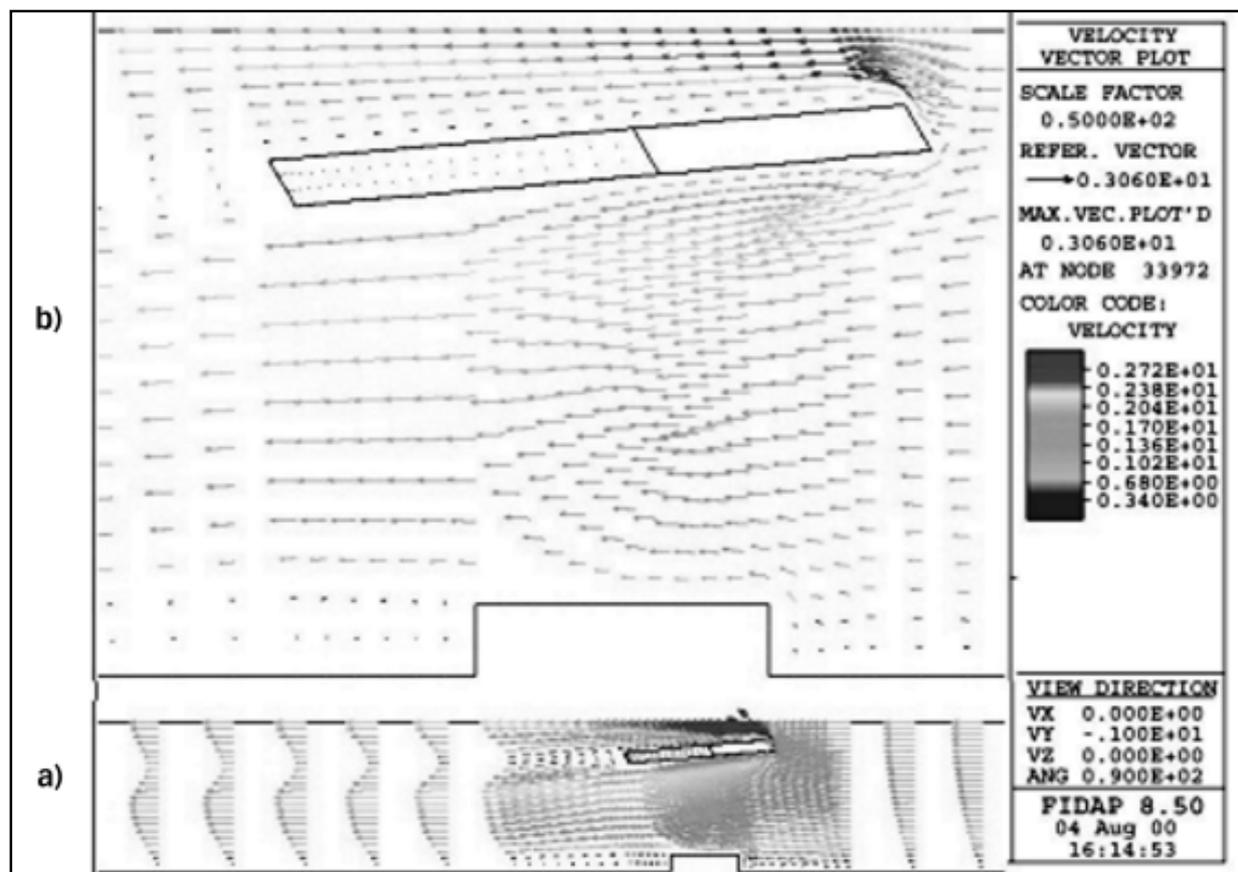
En la figura 3.a y b se muestra la distribución de la magnitud de la velocidad sobre el plano de simetría del

modelo que intersecta la valva, en la mitad inferior de la imagen y perpendicular al papel se ubica el segundo plano de simetría. En esta figura se observa que el flujo se divide en tres canales al atravesar la válvula: un flujo central y dos flujos laterales. La mayor proporción del flujo de sangre se encauza por los canales laterales.

En la figura 3.a se grafica el perfil de velocidades en el plano de simetría. Aguas arriba de la válvula se observa un perfil parabólico, mientras que aguas abajo dicho perfil se descompone en un perfil sigmoide que lentamente va recuperándose y conformando un perfil parabólico.

Este tipo de alteraciones en el flujo es similar a los reportados por otros investigadores, tanto en trabajos experimentales [3, 9] como en trabajos de simulación [10, 11].

En la figura 3.b se muestra un detalle del flujo en las inmediaciones de la válvula. En el canal central (parte superior de la figura), el área efectiva de paso es menor que en el canal lateral (inferior en la figura), por lo tanto se tiene una gran aceleración del fluido, alcanzándose velocidades de hasta 3,06 m/s. El fluido acelera de 2 a 3 m/s en aproximadamente 1 mm. En cambio, en el canal la-



**FIGURA 3:** Flujo sobre el plano de simetría que intersecta la valva y la divide en dos. a) vista general del flujo aguas arriba y aguas debajo de la valva; b) vista del flujo en las inmediaciones de la valva. Se considera  $Re = 1000$ . La traza de la valva es el trapecio ubicado cerca de la parte superior del modelo.

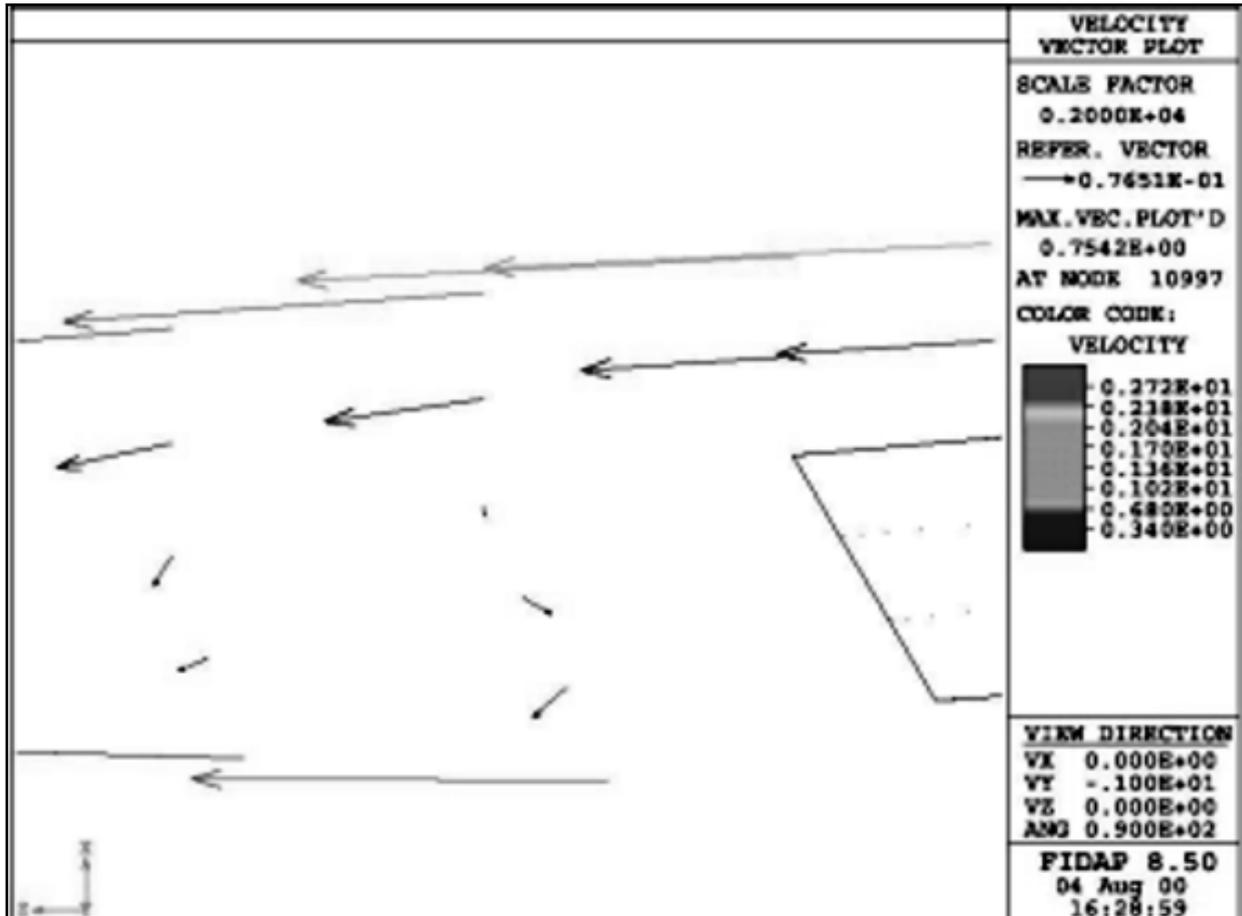


FIGURA 4: Detalle de la parte posterior de la valva donde se observa recirculación inmediatamente después de esta. Se consideró  $Re = 1000$ .

teral no se observan velocidades mayores a los 2,3 m/s sobre el plano de simetría mostrado.

En la figura 4 se observa que una zona de recirculación, ubicada en el borde de salida de la valva, se extiende hasta  $1/9$  del diámetro aguas abajo desde dicho borde.

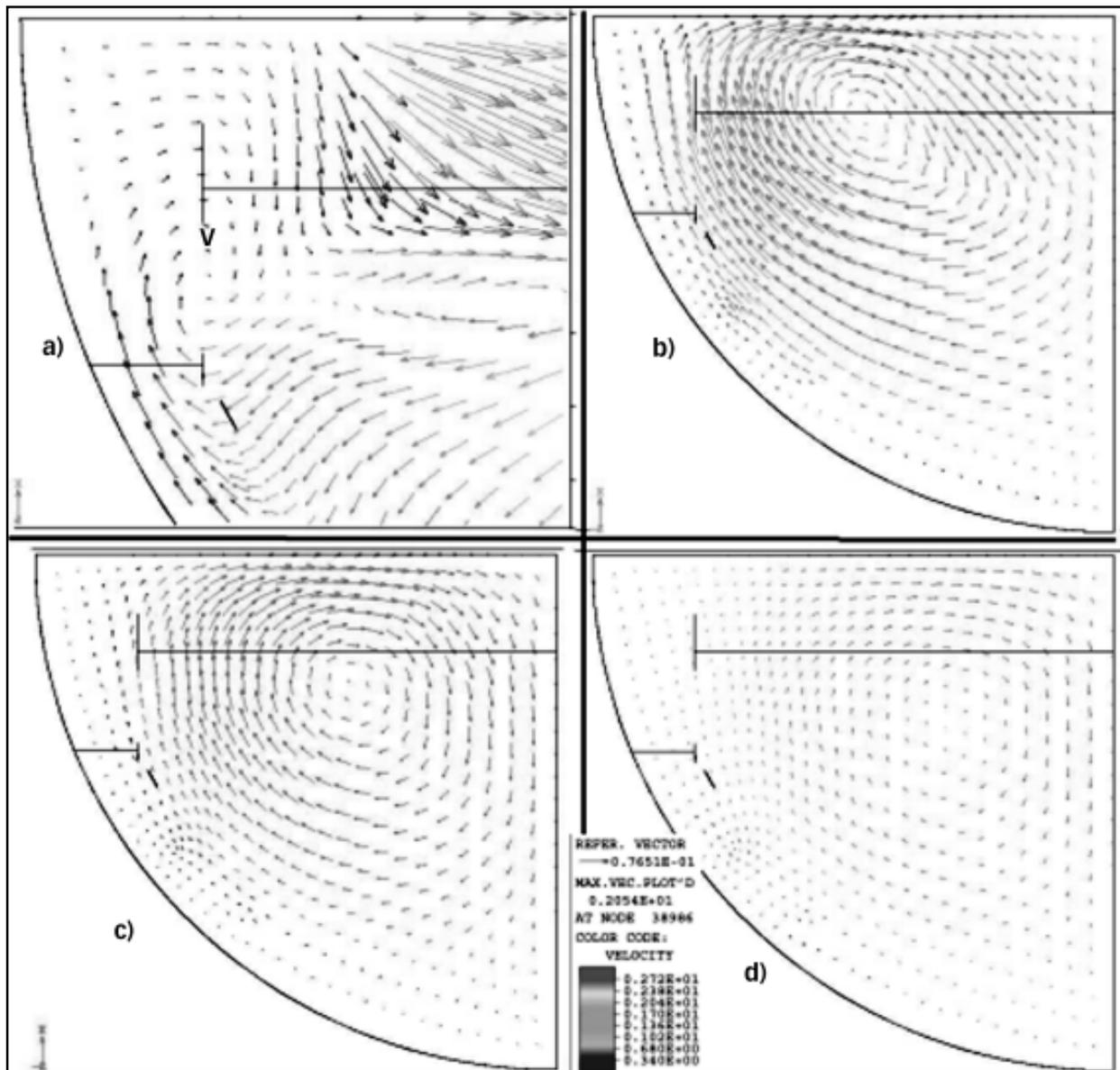
La presencia de una zona de recirculación fue reportada por Dubini y col. [2] con una extensión ligeramente mayor que la observada en el presente trabajo. Esta diferencia puede deberse a que Dubini empleó un modelo en dos dimensiones e incluyó en el mismo los sinus aórticos, lo que cambia la forma de las paredes aguas abajo de la válvula que ya no son rectas. Por otro lado King y col. [9] también observaron zonas de recirculación en su modelo de tres dimensiones considerando el sinus aórtico. Dichas zonas tienen un tamaño similar al encontrado en el presente trabajo. Bluestein y col. [11] también reportaron una zona de recirculación con un tamaño semejante al observado en este trabajo, aún considerando que el modelo fue planteado en dos dimensiones imponiendo un flujo pulsátil con un modelo de flujo turbulento del tipo  $k - \epsilon$ .

En la figura 5 a, b, c y d, se observan las componentes de la velocidad perpendiculares al eje longitudinal del modelo, correspondientes a los nodos ubicados sobre cuatro planos transversales al modelo, a la distancia de 0,56; 1,85; 3,7 y 10 diámetros desde el borde de entrada de la válvula. En ella se observa el efecto de vórtices producidos por los extremos laterales de la valva. Este efecto es conocido en estudios de alas en aeronáutica y también fue observado en prótesis de válvulas mecánicas por King y col. [8].

En la figura 5 se observa que el centro del vórtice se va desplazando hacia el centro del cuarto de área representada y, si bien el vórtice se minimiza, no llega a anularse por completo a una distancia de 10 veces el diámetro de la conducción, ver la Figura 5.d.

#### Caída de presión

En la figura 6 se observa la distribución de presiones sobre la línea central del modelo. Hay una buena correspondencia cualitativa con lo reportado por otros investigadores tanto en investigaciones experimentales *in vitro* [12, 13] como en las de simulación [2]. La caída de presión calculada por el modelo presentado es de 8,6 Pa.



**FIGURA 5:** Campo de velocidades en sucesivos planos transversales aguas abajo de la válvula, donde se observa la evolución de un vórtice generado en el borde lateral de la valva, marcada con V en la Figura a). Los planos distan a) 0,56; b) 1,85; c) 3,7 y d) 10 diámetros desde el borde de entrada de la válvula. Se consideró  $Re = 1000$ .

Este valor es similar a los 7,3 Pa reportado por Dubini y col. [2] para modelo bivalva. La comparación con los resultados experimentales no pudo realizarse ya que las dimensiones de las válvulas ensayadas son de modelos y dimensiones diferentes.

## CONCLUSIONES

Sobre la base de los resultados obtenidos, los cuales tienen consistencia con el problema físico y a su comparación con trabajos experimentales *in vitro* y a los resultados de otras simulaciones reportadas por otros investigadores independientes, se concluye que el modelo representa en forma aceptable el flujo de sangre a través de

una prótesis valvular cardíaca, brindando resultados útiles para realizar el diseño geométrico de nuevas válvulas.

Debe remarcarse que el modelo tiene ciertas limitaciones, ya que se planteó un sistema en estado estacionario y la situación real implica un flujo pulsátil y una interacción entre el fluido y la válvula. La única limitación que restringe extender la complejidad del modelo, es la capacidad de cálculo. De todos modos se planea continuar mejorando el modelo en sucesivas etapas para contemplar la situación real lo mejor posible.

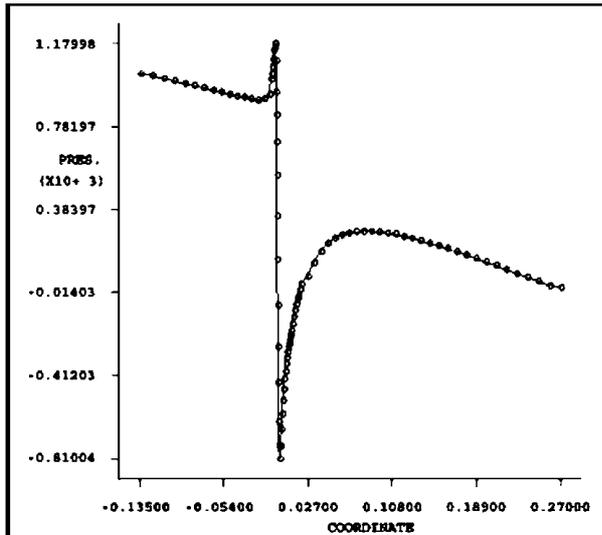


FIGURA 6: Distribución de presiones en la línea central de la conducción cilíndrica. El flujo corresponde a un  $Re = 1000$ . Sobre el eje de ordenadas la unidad representa 0,021 Pa. La unidad del eje de abscisas es el metro.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se realizó en el marco del convenio entre la FCEQyN de la UNaM y el Sanatorio Boratti SRL, para el proyecto de investigación y desarrollo "Prótesis Valvular Cardíaca de Cuarta Generación (Trivalva)".

## REFERENCIAS

- 1- Baker, A. J.; Pepper, D. W.  
*Finite elements 1-2-3*. McGraw-Hill, Inc. New York. 1991.
- 2- Dubini, G.; Pietrabissa, R.; Fumero, R.  
*Computational fluid dynamics of artificial heart valves*. Int. J. Artif. Org., Vol. 14, N° 6, p. 338-342. 1991.
- 3- Kelly, S. G. D.; Verdonck, P. R.; Vierendeels, J. A. M.; Riemslag, K.; Dick, E.; Van Nooten, G. G.  
*A three-dimensional analysis of flow in the pivot regions of an ATS bileaflet valve*. Int. J. Artif. Org., Vol. 22, N° 11, p. 754-763. 1999.
- 4- Butany, J.; Ahluwalia, M. S.; Munroe, C.; Fayet, C.; Ahn, C.; Blit, P.; Kepron, C.; Cusimano, R. J. y Leask, R. L.  
*Mechanical heart valve prostheses Identification and evaluation*. Cardiovascular Pathology 12, p. 1-22. 2003.
- 5- Selkurt, E.  
*Fisiología*. Editorial El Ateneo. Buenos Aires. 1975.
- 6- Fidap 8.  
*Fidap User's Manual*. Fluent Inc. Lebanon New Hampshire. 1998.

7- Hughes, T. J. R.; Brooks, A. N.

*A Multidimensional Upwind Scheme with No Cross-Wind Diffusion in Finite Element Methods for Advection Dominated Flows*. T. R. J. Hughes, Editor. ASME Publication ASME-AMD. p. 34. 1979.

8- King, M. J.; David, T.; Fisher, J.

*Three-dimensional study of the effect of two leaflet opening angles on the time dependent*. Med. Eng. Phys. Vol 19, N° 3, p. 235-241. 1997.

9- King, M. J.; David, T.; Fisher, J.

*An initial parametric study on fluid flow through bileaflet mechanical heart valves using computational fluid dynamics*. J. Eng. Med. 208. p. 63-72. 1994.

10- Krafczyk, M.; Cerrazola, M.; Schulz, M.; Rank, E.

*Analysis of 3D transient blood flow passing through an artificial aortic valve by Lattice-Boltzmann methods*. J. Biomech. 31, p. 453-463. 1998.

11- Bluestein, D.; Li, Y. M.; Krukenkamp, I. B.

*Free emboli formation in the wake of bi-leaflet mechanical heart valves and the effects of implantation techniques*. J. Biomech. 35, p. 1533-1540. 2002.

12- Lim, W. L.; Chew, Y. T.; Chew, T. C.; Low, H. T.

*Steady flow dynamics of prosthetic aortic heart valves: a comparative evaluation with PIV techniques*. J. Biomech. 31, p. 411-421. 1998.

13- Fiore, G. B.; Grigioni, M.; Daniele, C.; Avenio, G. D.;

Barbaro, V.; Fumero, R.

*Hydraulic functional characterization of aortic mechanical heart valve prostheses through lumped-parameter modelling*. J. Biomech. 35, p. 1427-1432. 2002.

Recibido: 24 de febrero de 2004.

Aprobado: 08 de Noviembre de 2004.