# ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD TRANSITORIA DE SISTEMAS GENERADOR-BARRA INFINITA POR EL MÉTODO DE ÁREAS IGUALES

Feltan, Corina M. Facultad de Ingeniería Juan Manuel de Rosas 325 - (3360) Oberá - Misiones - Argentina T.E./FAX: 03755 - 422169 / 422170 / 426023 E-mail: feltan@fiobera.unam.edu.ar

STUDY OF THE TRANSIENT STABILITY OF GENERATOR-INFINITE MODEL BY MEANS OF THE EQUAL AREA CRITERION

This paper deals with the stability of electric power systems which can be represented by means of a generator–infinite bus model. An interactive and friendly computer program is presented as a fundamental result of the research carried out. The program allows the study of the transient stability of such systems on the basis of the equal area criterion.

KEY WORDS: electric power systems, stability.

La estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia que pueden representarse mediante el modelo generador–barra infinita constituye el objeto de estudio del presente trabajo. Como resultado fundamental se presenta un programa interactivo y amigable que permite analizar la estabilidad transitoria de tales sistemas utilizando el criterio de áreas iguales.

PALABRAS CLAVES: sistemas eléctricos de potencia, estabilidad.

RESUMEN

# INTRODUCCIÓN

Para estudiar el comportamiento de los sistemas de potencia cuando ocurren cambios bruscos del régimen que pueden caracterizarse como perturbaciones grandes, se hace necesario tener en cuenta la alinealidad de sus características fundamentales. Esto implica cierto grado de dificultad para resolver las ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del sistema. El criterio de las áreas iguales constituye el método práctico más sencillo para examinar la estabilidad en régimen transitorio, ya que no requiere representar las curvas de oscilación del sistema para determinar si el ángulo de posición del rotor crece indefinidamente u oscila alrededor de una posición de equilibrio. Es decir, la aplicación del método de las áreas iguales evita la necesidad de resolver la llamada ecuación de oscilación [1].

### LA CARACTERÍSTICA POTENCIA-ÁNGULO

En la Figura 1-a- se muestra el diagrama unifilar de un sistema sencillo conformado por un generador **G** conectado a través de un transformador  $\mathbf{T}_1$  a una línea de transmisión de dos circuitos en paralelo  $\mathbf{L}_1$  y  $\mathbf{L}_2$ , la cual se vincula mediante el transformador  $\mathbf{T}_2$  a la barra infinita de voltaje  $\vec{\mathbf{V}}_{\infty}$ .

En la Figura 1-b- se muestra el circuito equivalente simplificado del sistema con los parámetros expresados en magnitudes por unidad. Según esta representación aproximada, para los estudios de estabilidad transitoria se desprecian las resistencias de todos los componentes del sistema y las capacitancias de las líneas. En consecuencia, los transformadores se modelan mediante sus reactancias de cortocircuito  $x_{TI}$  y  $x_{T2}$ , mientras que la línea de transmisión se representa por las reactancias  $x_{LI} = x_{LIa} + x_{LIb}$  y  $x_{L2}$  de cada uno de sus circuitos, respectivamente.

El generador se modela mediante la fem transitoria

ubicada detrás de la reactancia transitoria . Cuando el sistema sufre una gran perturbación la fem del generador realmente no permanece estrictamente constante, pero como su variación se produce en forma relativamente lenta en comparación con el lapso que comprenden estos estudios, en una primera aproximación puede suponerse que ella no varía. De este modo, los estudios simplificados se llevan a cabo considerando las características cuasitransitorias del generador [1].

En la Figura 1-c- se ha representado la red reducida, designándose con j a la unidad imaginaria y con  $x_i$  a la reactancia de transferencia entre los puntos del circuito equivalente a los cuales se encuentran aplicados los



FIGURA 1: sistema generador-barra infinita

voltajes  $\vec{E}'$  (nodo interno del generador ° 1') y (barra infinita ° nodo 2); y en la Figura 1-d- se muestra el diagrama fasorial correspondiente. A partir de este último, indicando con E' e I a los módulos de la fem transitoria y la corriente, respectivamente, es posible escribir la siguiente relación trigonométrica:

(1)

Por otra parte, puesto que todos los efectos disipativos se han despreciado, si con V¥ se representa el módulo del voltaje en la barra infinita, la potencia activa  $P_e$  transferida desde el generador a esta última viene dada por:

$$P_{e} = V_{\infty} \cdot I \cdot \cos \varphi \tag{2}$$

Despejando el producto  $I \times \cos j$  de (1) y llevando su expresión a (2) se tiene:

$$P_{e} = \frac{V_{\infty} \cdot E}{x_{t}} \cdot sen\delta' = \hat{P}_{e} \cdot sen\delta$$
(3)



FIGURA 2: características potencia-ángulo

Resulta entonces que la potencia transferida es función del ángulo  $\delta'$  entre los voltajes  $\vec{\mathbf{E}}' \mathbf{y}$ , tal como se ha representado gráficamente en la figura 2.

Obsérvese que, para valores determinados de E' y  $V_{\infty}$ , la potencia máxima que puede transferirse del generador a la barra infinita es inversamente proporcional a la reactancia de transferencia  $x_t$ . Esto implica que cualquier perturbación que conlleva un cambio de dicha reactancia –tal como un cortocircuito o la desconexión de uno de los circuitos de la línea de transmisión– tiene por consecuencia la modificación de la característica potencia-ángulo, lo cual significa un cambio en la capacidad del sistema para transferir potencia desde el generador hacia la barra infinita.

# **CRITERIO DE LA IGUALDAD DE ÁREAS**

**Ø**\_

En relación con el sistema sencillo de la Figura 1, supóngase que en condiciones normales de operación la característica potencia-ángulo se corresponde con la curva I de la figura 3, en la cual se ha indicado también la potencia mecánica  $P_m$  transferida desde la máquina primaria al generador. Esta potencia es independiente del ángu-



FIGURA 3: modificación de la característica potencia-ángulo cuando se produce un cambio de configuración de la red

lo por lo que su representación se corresponde con una recta horizontal y, si las pérdidas mecánicas son despreciables, la intersección de la misma con la curva *I* determina el punto de operación **a** en el plano  $P_e^{-}$  para las condiciones normales de funcionamiento. En esta situación el ángulo correspondiente es  $\delta' = \delta'_o$ .

Cuando ocurre una perturbación tal en el sistema, que tiene lugar un aumento de la reactancia equivalente de transferencia -por ejemplo la desconexión repentina de uno de los circuitos de la línea de transmisión- la característica potencia-ángulo del sistema se modifica tomando una forma como la curva señalada con *II*. Si la potencia mecánica permanece constante, y como el ángulo  $\delta'$  no puede variar instantáneamente, se produce un desequilibrio  $DP_I$  entre las potencias mecánica y eléctrica, de modo que  $\Delta P_1 = P_m - P_e^{II} > 0$ . Debido a la inercia relativamente grande de las masas rotantes, los cambios de velocidad se producen lentamente en relación con el lapso de estudio y dan lugar a variaciones del orden de solamente 1% a 2% de la velocidad sincrónica [2]. Por lo tanto, en magnitudes por unidad se cumple que:

$$T_e = \frac{P_e}{\omega} \cong P_e \tag{4}$$

Es decir, en el mismo instante en que se produce la perturbación, la diferencia de potencias se manifiesta como un momento acelerante que hace evolucionar al sistema sobre la curva *II* desde el punto **b** y hacia valores crecientes de  $\delta'$ . Con este desplazamiento el momento acelerante tiende a disminuir, ya que la diferencia entre la potencia mecánica y la potencia eléctrica transferida se va haciendo menor. Al llegar al punto **c** y para  $\delta' = \delta'_1$  la diferencia de potencias o momentos se anula, sin embargo, la inercia hace que  $\delta'$  continúe creciendo y el sistema pasa a funcionar en una región en la que la potencia eléctrica es mayor que la mecánica; consecuentemente, la diferencia de momentos cambia de signo y ahora tiene efecto frenante. La energía cinética  $E_c$  almacenada en las masas rotantes a causa de la diferencia de momentos es:

$$E_{c} = \int_{\delta} \Delta T \cdot d\delta' \cong \int_{\delta} \Delta P \cdot d \tag{5}$$

Lo que significa que la energía cinética de rotación -expresada en p.u.- es igual al área del plano  $P_e^{-\delta}$  comprendida entre la horizontal correspondiente a la potencia mecánica y la característica potencia-ángulo dada por la curva *II*. A partir de esto resulta evidente que el valor máximo de  $\delta'$  que puede alcanzarse es  $\delta'_2$  para el cual se cumple:

$$\int_{\delta_{o}^{'}}^{\delta_{1}^{'}} \left(P_{m} - P_{e}^{II}\right) \cdot d\delta' + \int_{\delta_{1}^{'}}^{\delta_{2}^{'}} \left(P_{m} - P_{e}^{II}\right) \cdot d\delta' = (6)$$
  
O que es lo mismo:

De este análisis se deduce que el área comprendida entre la línea de potencia mecánica y la parte de la característica potencia-ángulo que queda por debajo de la misma corresponde a un desequilibrio de momentos que tiende a acelerar el sistema; puede entonces denominarse "área acelerante"  $A_a$ . Mientras que la porción encerrada entre la línea de potencia mecánica y la parte de la curva de potencia eléctrica por encima de ella puede llamarse "área frenante"  $A_f$ . En relación con la Figura 3 puede observarse que el área máxima posible de frenado  $A_{fmáx}$  es la que se extiende desde  $\delta'_1$  hasta  $\delta''_u$ ; en general puede escribirse entonces:

$$\begin{cases} A_{a} = \int_{\delta_{a}^{'}} (P_{m} - P_{e}^{II}) \cdot d\delta' \\ A_{fmáx} = \int_{\delta_{1}^{'}} (P_{m} - P_{e}^{II}) \cdot d\delta' \end{cases}$$

$$\tag{8}$$

Evidentemente, la condición que asegura el mantenimiento de la estabilidad es  $A_a < A_{jmáx}$ . Si se cumple  $A_a > A_{jmáx}$  el sistema será inestable, mientras que en el límite para el cual  $A_a = A_{jmáx}$  se tiene el caso crítico. Definiendo un coeficiente  $K_e$  como la relación entre el área acelerante y el área máxima de frenado, se tiene:

$$K_{e} = \frac{A_{fmáx}}{A_{a}} : \begin{cases} >1 \Longrightarrow estable \\ <1 \Rightarrow inestable \\ =1 \Rightarrow crítico \end{cases}$$
(9)

 $K_e$  puede, por lo tanto, denominarse "coeficiente de reserva de estabilidad transitoria" y cuando mayor sea su valor el sistema tenderá a operar en mejores condiciones desde el punto de vista de la estabilidad transitoria.

Para la situación tratada, puesto que se trata de un sistema no disipativo, en el caso de que la respuesta sea estable el ángulo  $\delta'$ oscilará indefinidamente como se muestra en la Figura 4-a-. Si las pérdidas mecánicas y las resistencias tienen un valor apreciable, el sistema se comporta como muestra la Figura 4-b-.

En los sistemas de gran potencia las pérdidas son relativamente pequeñas y, como se deduce de la compara-



disipativos

ción de los gráficos de la Figura 4, ellas tienen efectos beneficiosos sobre la estabilidad transitoria, por lo que se



FIGURA 5: sistema inestable

justifica despreciarlas en la realización de estos estudios, al menos en una primera aproximación.

En la figura 5 se muestra la evolución en el tiempo del ángulo  $\delta'$  para el caso en que  $K_e < 1$ , por lo que, al resultar insuficiente la superficie del área de frenado, se produce la pérdida de la estabilidad del sistema.

#### **PROGRAMA ESTRAN**

En el programa desarrollado, para el estudio de las fallas simétricas, la máquina sincrónica se modela como una fuente de voltaje en serie con una reactancia, mientras que para el análisis del comportamiento frente a perturbaciones que originan asimetrías ellos se representan mediante las redes de secuencia correspondientes [2]. Los transformadores se consideran por medio de su reactancia de cortocircuito y las líneas de transmisión mediante una reactancia serie. Las redes de secuencia directa e inversa de los transformadores son semejantes; sin embargo, no ocurre lo mismo con la red de secuencia cero que varía significativamente con el tipo de conexión. En las líneas aéreas de transmisión las redes de secuencia son topológicamente similares y la impedancia de secuencia inversa es igual a la de secuencia directa, en tanto que la de secuencia cero difiere significativamente, especialmente en líneas de doble circuito y para las que no tienen hilos de guardia [3].

De acuerdo con lo expuesto precedentemente, los cortocircuitos trifásicos no ofrecen mayores inconvenientes. Sin embargo, cuando se producen fallas asimétricas, todos y cada uno de los elementos deben modelarse teniendo en cuenta el tipo de desequilibrio que se produce; esto implica cierta complejidad que hace relativamente lentos los procesos de cálculo cuando las redes son extensas. El programa desarrollado resuelve este inconveniente aplicando el método de la impedancia equivalente de falla y, con ello, posibilita reducir sensiblemente el tiempo necesario para evaluar la estabilidad transitoria [4].

En la Figura 6 se expone la pantalla de datos; esta última está conformada esencialmente por un conjunto de celdas editables que permiten visualizar todos los parámetros del sistema que son de importancia para la realización de este tipo de estudios.

Situándose en cada una de las celdas pueden modificarse individualmente los datos correspondientes; si se presiona el botón **Actualizar** las celdas se ponen en blanco para modificar todos los datos. Los tipos de conexión de los transformadores y de falla se seleccionan escogiendo entre las opciones presentadas mediante "*pop-up menus*".

El programa permite cierta versatilidad con referencia a la presencia de los tranformadores  $T_1 y T_2$ , pudiéndose excluir de la simulación cualesquiera de ellos considerando el valor 0 para todos sus parámetros. Una vez cargados todos los datos, ellos deben almacenarse presionando el botón **Guardar**.

El botón **Simular** hace que el programa realice los cálculos necesarios y presente luego los resultados en el formato de la Figura 7, en la que se muestran tres características  $P_e(\delta')$  correspondientes a diferentes condiciones de operación del sistema.

La curva de prefalla corresponde al régimen normal de funcionamiento. Cuando ocurre una perturbación, como por ejemplo un cortocircuito en el punto indicado con 4 en la Figura 1-a-, el cambio de configuración de la



FIGURA 6: pantalla de datos



FIGURA 7: pantalla de resultados

red origina un aumento de la reactancia de transferencia y, consecuentemente, la característica potencia-ángulo toma la forma de la curva correspondiente al régimen de falla.

Según el análisis del coeficiente de reserva de estabilidad realizado en el epígrafe precedente, es evidente que el sistema no puede mantener la operación estable en esta situación, por cuanto la curva de potencia eléctrica queda completamente por debajo de la línea de potencia mecánica y el área frenante correspondiente es nula. Pero, si al cabo de cierto tiempo actúan las protecciones y se abren los interruptores **B** y **C** en los extremos de la línea averiada, se produce un nuevo cambio de la configuración que implica una disminución de la reactancia de transferencia, por lo que la característica de régimen se modifica, y adopta la forma de la curva correspondiente a la curva de posfalla que corresponde a la situación posterior a la separación de la línea averiada, y que se caracteriza por disponer de una cierta área de frenado.

Sin embargo, la relación entre el área de frenado disponible y el área acelerante depende del valor del ángulo  $\delta'$  para el cual se produce la separación del circuito averiado.

Según la expresión (9) el caso crítico ocurre para el valor de dicho ángulo que conduce a una situación en la que el área de aceleración  $A_a$  y el área máxima disponible para el frenado  $A_{fmax}$  tienen superficies iguales. Este ángulo se denomina "ángulo crítico"  $\delta_{cr}$  y puede calcularse como [5]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\delta}_{cr}^{'} = \arccos = \\ = \left[ \frac{P_{m} \cdot \left(\boldsymbol{\delta}_{o}^{'} - \boldsymbol{\delta}_{u}^{'}\right) + \hat{P}_{e}^{II} \cdot \cos \boldsymbol{\delta}_{o}^{'} - \hat{P}_{e}^{III} \cdot \cos \boldsymbol{\delta}_{u}^{'}}{\hat{P}_{e}^{II} - \hat{P}_{e}^{III}} \right] \\ \boldsymbol{\delta}_{o}^{'} = \arccos \left( \frac{P_{m}}{\hat{P}_{e}^{I}} \right) \qquad (10) \\ \boldsymbol{\delta}^{'III} = \operatorname{arcsen} \left( \frac{P_{m}}{\hat{P}_{e}^{III}} \right) \\ \boldsymbol{\delta}_{u}^{'} = 180^{\circ} - \boldsymbol{\delta}^{'III} \end{cases}$$

Donde  $\hat{P}_{e}^{I}$ ,  $\hat{P}_{e}^{II}$ ,  $\hat{P}_{e}^{III}$  son las potencias eléctricas máximas para los regímenes de prefalla, falla y posfalla respectivamente.

De acuerdo con este planteamiento, para asegurar que no se pierda la estabilidad es necesario que la separación de la parte averiada ocurra antes de que se alcance el ángulo crítico.

Los datos presentados en la Figura 6 corresponden al ejemplo 16.8 que aparece en la página 683 de la referencia [3]. La comparación de resultados con relación a este ejemplo, así como a otros que aparecen en la literatura [6, 7, 8], ha puesto en evidencia la validez del programa desarrollado. En el caso particular del problema expuesto, las diferencias relativas porcentuales en el cálculo del ángulo crítico son del orden de 0.03% y se deben nada más que a la diferencia en el número de cifras decimales consideradas para realizar los cálculos.

#### CONCLUSIONES

Como es notorio, la operación del programa ESTRAN es muy sencilla con un ambiente amigable y no requiere conocimientos de programación.

El programa permite evaluar la estabilidad del sistema de forma veloz y eficiente. Esto constituye una necesidad frecuente de los despachos de carga que, ante situaciones de riesgo, deben tomar decisiones muy rápidamente para evitar el colapso del sistema.

#### REFERENCIAS

**1.** Vénikov, ∨. Transient Processes in Electrical Power Systems. Mir Publishers. Moscow, 1980, p.p. 27-36, 68-93.

2. Feltan; C. M. Programa para el estudio de la estabilidad transitoria utilizando Matlab<sup>®</sup>. Tesis de Maestría. Centro de Investigaciones y Pruebas Electroenergéticas. Instituto Superior Politécnico José A. Echeverría. La Habana, Cuba. 2001, p.p. 36-43, 73-75.

**3. Grainger**, J.; **Stevenson**, W. Jr. *Análisis de Sistemas de Potencia*. McGraw-Hill. México, Buenos Aires. Caracas, Madrid, Nueva York, Sao Paulo, 1996, p.p. 433-438, 675-684.

**4. Kundur**, P. *Power System Stability and Control.* Electric Power Research Institute. McGraw-Hill, Inc. New York, 1994, p.p. 872-895.

**5. Boza**, Valerino J. *Estabilidad de los Sistemas Eléctricos de Potencia*. Material docente. Centro de Investigaciones y Pruebas Electroenergéticas, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría. La Habana, Cuba, 1998, p.p. 35-48.

**6. Sorrentino**, E.; **Pérez**, L.; **Clemente**, A. *Evaluación de la Estabilidad dinámica en Sistemas Eléctricos de Potencia Utilizando el Criterio extendido de Áreas iguales*. II Congreso Venezolano de Ingeniería

Eléctrica. Mérida, Venezuela. 2000, p.p. 246-256. **7. Gross**, Charles A. *Power System analysis*. John Wiley & Sons. New York, Toronto, Singapur,1986, p.p. 514-526.

8. Heydt, G. Computer Analysis Methods for Power Systems. Macmillan Publishing Company. New York, 1990, p.p. 273-280.